スイッチトリラクタンスモータの V/f 制御の高性能化

^{学生員} 熊谷 崇宏 正員 日下 佳祐 上級会員 伊東 淳一 (長岡技術科学大学) 正員 加藤 尚和 (長岡モーターディベロップメント株式会社)

High Performance V/f control Method for Switched Reluctance Motor

Takahiro Kumagai, Student Member, Keisuke Kusaka, Member, Jun-ichi Itoh, Senior Member (Nagaoka University of Technology) Masakazu Kato (Nagaoka Motor Development Co., Ltd.)

This paper proposes a novel V/f control method for switched reluctance motor (SRM). The proposed method does not require rotor information and nonlinear magnetization curve model of SRM. This paper proposed the following three methods and confirmed their effectiveness: (i) a virtual rotor magnetic flux was generated by controlling the zero-phase current with a PI controller, and V/f control for SRM was realized, (ii) from the stability analysis based on the derived SRM's state equation, the optimum gain design method for stabilization control is proposed. The optimum gain leads to the wide range stable operation in proposed V/f control. In addition, (iii) by applying $i_0 = i_q$ control and $i_d = 0$ control, a high torque per current is achieved without complicated parameter adjustment.

キーワード:スイッチトリラクタンスモータ, 高効率, V/f 制御, 安定化

Keywords : Switched reluctance motor (SRM), High efficient, V/f control, Stabilization method

1. はじめに

スイッチトリラクタンスモータ(SRM)は、レアアースを使 用する磁石が不要で、鉄心と集中巻の巻線のみで構成され るため、製造コストが安価である。加えて、回転子は堅牢な 突極鉄心構造で、高速運転や高温環境に適することから、産 業用途や家電製品向けの可変速モータとして注目されてい る⁽¹⁾⁽²⁾。SRM の安価で堅牢という特徴を活かすためには、位 置センサレス化が望まれる。

SRM の位置センサを用いない駆動法としては、インダク タンスの位置依存性を利用する手法が数多く検討されてい る⁽³⁾⁻⁽⁸⁾。この手法では、電圧および電流からインダクタンス の瞬時値を検出し、インダクタンスと回転子位置のルック アップテーブルもしくは近似式に基づき、回転子位置に変 換する。しかし、インダクタンスの瞬時値を精度良く検出す るには、高調波電圧重畳のような複雑な駆動⁽³⁾⁽⁴⁾や追加のア ナログ回路⁽⁵⁾⁽⁶⁾が必要である。また、検出したインダクタン スから精度良く回転子位置に変換するには、SRM の非線形 磁化曲線モデル⁽⁷⁾⁽⁸⁾が必要であり、複雑な測定や有限要素電 磁場解析が必要となる。加えて、高いトルク/電流比を達成 する電流・速度制御系を構成するためには,事前実験や解析 により電流振幅や点弧角,消弧角等の複数のパラメータを 同時に調整する必要がある⁽⁹⁾⁽¹⁰⁾。

そこで、本論文では、これらの問題を解決するため、SRM の V/f 制御を提案する。V/f 制御はインバータ出力電圧を基 準とした回転座標軸に基づいて制御されるため、本質的に 回転子位置情報を必要としない。そのため、インダクタンス の検出精度や回転子位置への変換精度の問題が発生しな い。加えて、V/f 制御に SRM のベクトル制御(¹¹⁾における最 大トルク/電流比制御をベースとした高効率制御を付加する ことで、高効率かつ簡易な速度制御を実現する。

提案する SRM の V/f 制御の原理は, PMSM において提案 されている安定化制御と高効率制御を付加した V/f 制御⁽¹²⁾ を元とするが,主に以下の点が異なる。(i) PMSM における 回転子磁石磁束に対応する仮想回転子磁束を生成する必要 がある。(ii) 動作条件に応じて回転子磁束やインダクタンス 値がダイナミックに変化するため,安定化制御のゲインも ダイナミックに変化させる必要がある。(iii) 高効率制御のた めには,無効電力を用いた *i*_d=0 制御に加えて,*i*₀=*i*_q 制御が 必要である。本論文では,上記の(i)-(iii)に対して提案手法を 説明したのちに、実機検証にて提案する SRM の V/f 制御の 有用性について確認する。

2. SRM の V/f 制御

図1に提案する SRM の V/f制御の制御ブロック図を示す。 本制御法は,(i) ゼロ相電流制御,(ii) V/f 制御,(iii) 高効率 制御から構成される。ゼロ相電流制御では,ゼロ相電流を PI 制御器により制御することで,仮想回転子磁束を生成する。 一方,V/f 制御および高効率制御に関しては,<2·1>節,<2·2> 節にてそれぞれ説明する。

〈2·1〉 V/f 制御

SRM のベクトル制御では、仮想回転子磁束ベクトルの方 向を d 軸, d 軸から 90deg.遅れた軸を q 軸とした dq 軸直交 座標系を用いる。一方、V/f 制御では、インバータ出力電圧 ベクトルの方向をδ軸と定義し、δ軸より 90deg.遅れた軸をγ 軸とするγδ軸直交座標系を用いる。PMSM の V/f 制御では、 有効電流 *is*を電気角周波数指令*ω**にフィードバックする安 定化制御により、V/f 制御で駆動する際に生じる慣性モー メントと電機子インダクタンスの共振によるトルク振動を 抑制している⁽¹²⁾。SRM においても、ゼロ相電流制御により 仮想回転子磁束を生成することにより、PMSM の V/f 制御

dq 座標上の SRM の電圧方程式およびトルクの関係式⁽¹¹⁾ をγδ座標上に変換すると, (1),(2)式が得られる。



 $T = \sqrt{2}PL_{ac}i_0i_a = \sqrt{2}PL_{ac}i_0(i_{\gamma}\sin(2\varphi) + i_{\delta}\cos(2\varphi)) \dots (2)$

ここで, R は巻線抵抗, L_{dc}, L_{ac} は自己インダクタンスの直流, 交流成分, p は微分演算子, φ はγδ座標と dq 座標のずれ 角, ωは回転電気角周波数, ωι はインバータ出力電気角周波 数, P は極対数(回転子ティース数の半分), J は慣性モーメ ントである。ここで, 簡単化のため 6 次調波として現れる非 同期項は無視したのち, 文献(12)同様に, 定常状態近傍で線 形近似を行い, 状態方程式を求めると, (3)式が得られる。

$$\begin{bmatrix} \Delta i_{j} \\ \Delta i_{d} \\ \Delta$$



Fig. 1. V/f control method based on $\gamma\delta$ axis.

なお,各要素の具体的な式は,付録に示す。 安定性や応答を簡単に議論するため,以下のような条件 を仮定する。

(i) 無負荷条件: $\varphi = 0$, $i_{\gamma} = 0$, $i_{\delta} = 0$

(ii) 高速回転条件: *ω*₀*L_{dc}*, *ω*₀*L_{ac}* >> *R*, *ω*₀*L_{dc}* >> *K*₁*i*_δ

(iii) 機械時定数が電気時定数よりも十分に大きい

: $\mathbf{p}(\Delta i_{\gamma}) = 0$, $\mathbf{p}(\Delta i_{\delta}) = 0$, $\mathbf{p}(\Delta i_{0}) = 0$,

(iv) HPF の根の安定性への影響は小さい: p(Δx) = 0 (i)~(iv)の仮定により,(3)式で表される 6 次系の状態方程式 を,2 次系に近似したのち,制御系の特性方程式を求め,制 動係数ζと固有角周波数ω_nを求めると,(4)式と(5)式が得ら れる。



なお、 Φ は一般に仮想回転子磁束を表している⁽¹¹⁾。PMSM 同様に,制動係数はフィードバックゲイン K₁の関数となり, K₁を適切に設定することにより安定化できる。一方,文献 (13)(14)の IPMSM における制動係数と固有角周波数と比較 すると,相対変換と絶対変換の違いによる係数の違いはあ るが,回転子磁石磁束が仮想回転子磁束に対応しており, q 軸インダクタンスが自己インダクタンスの直流 L_{de}に対応し ていることがわかる。

図 2 に基底速度においてダンピングゲイン K_1 を変化させた時の根軌跡を示す。なお、No.1~No.6 は、6 次の状態方程式の固有値である。PMSM における設計手法⁽¹³⁾⁽¹⁴⁾同様に、モータの回転数のオーバーシュートを抑制するために、ダンピングゲイン K_1 を No.1, 2 と No.3, 4 の実部が等しくなる



Fig. 2. Loot locus of sixth-order state equation when damping gain K_1 is increased at no-load and base speed.

ダンピングゲイン K_1 を採用する。図2に示す通りに,ダン ピングゲイン K_1 は,0.043p.u.の時に最適な値であると言え る。また,すべての根がs平面の左半分に位置しており,シ ステムが安定している。

図 3 に無負荷,基底速度において速度指令に正弦波を重 畳した際の速度指令とモータ速度の周波数応答を示す。な お,零相電流は 0.33p.u., 0.66p.u., lp.u.の場合を示しており, ダンピングゲイン K_1 は, No.1, 2 と No.3, 4 の実部が等しく なる値を設定する。図 3 より(3)式による計算結果とシミュ レーションはほぼ一致しており,導出した 6 次状態方程式 モデルの妥当性が確認できる。

図4に無負荷,基底速度におけるNo.1,2の固有角周波数 を(4)式により求めた計算値とシミュレーションの比較を示 す。図4よりほぼ一致しており、2次系近似により導出した 特性は妥当である。ここでは、PMSMにおける設計手法⁽¹³⁾⁽¹⁴⁾ 同様に、安定化制御のHPFのカットオフ周波数を固有周波 数 ω_n の1/20とする。つまり、HPFのカットオフ周波数 ω_c は、 (7)式の通りに設定する。

図5に最適化した零相電流と最適なダンピングゲイン K₁の関係を示す。図5から零相電流と最適なダンピングゲイン K₁は反比例の関係があることがわかる。そこで、本提案法では、図5に示すとおりダンピングゲイン K₁を零相電流の値に対して可変させて適用する。

〈2·2〉高効率制御

図2に SRM 向けの高効率制御の制御ブロック図を示す。 高効率制御では、インバータ出力電圧を調整することによ ってトルク/電流比を改善し、効率を向上させる。SRM で最 大トルク/電流制御を達成する条件は次式で表される⁽¹¹⁾。

$i_0 = i_q$	
$i_{d} = 0$	(9)

ここで, *ia*, *iq*は, 仮想回転子磁束ベクトルの方向を d 軸, d 軸から 90deg.遅れた軸を q 軸とした際の d 軸, q 軸電流であ る。一方, *i*₀ は座標系に関係なく単に電流の直流分である。 SRM で最大トルク/電流制御を実現するには, (8)式と(9)式



Fig. 3. Frequency characteristics of speed command to motor speed under no-load and base speed (0.6p.u.).



Fig. 4. Relationship between zero phase current and natural angular frequency



Fig. 5. Relationship between zero phase current and optimized damping gain K_1



Fig. 6. High efficiency control method

を同時に満たす必要がある。そのため、それぞれを満たすための制御を $i_0=i_q$ 制御、 $i_d=0$ 制御とし説明する。

io=iq制御については、後述する ia=0 制御状態では、iq は交流電流振幅 Iac に一致するため、io は Iac を目標値として制御 すればよい。つまり、ゼロ相電流制御の指令値に次式で表さ れる指令値を与えればよい。

ここで, *i*_γ, *i*_δはγ軸, δ軸電流である。

 $i_{d=0}$ 制御については,SRM の無効電力に着目し, $\gamma\delta$ 座標 上にて間接的に $i_{d=0}$ 制御を達成する⁽³⁾。dq 座標系では,遅 れ力率の場合を正とすると SRM に入力される無効電力 Q_{dq} は次式で表される。

$$Q_{dq} = v_q i_d - v_d i_q = 2\omega \left\{ L_{dc} (i_d^2 + i_q^2) + L_{ac} i_0 i_d / \sqrt{2} \right\} \dots \dots \dots (11)$$

ここで、*va*, *vq* は d 軸, q 軸電圧, *ω*は電気角速度, *Lac*, *Lac* は自己インダクタンスの直流, 交流成分である。定常状態を 考えて, SRM の dq 座標上での電圧方程式における微分項は ゼロとしている。なお, 簡単化のため, dq 軸上で 6 次調波 として現れる非同期項は無視している。(11)式において, *id*=0 とすれば, 次式となる。

 $Q_{dq} = 2\omega L_{dc} i_q^2 = 2\omega L_{dc} I_{ac}^2 = 2\omega L_{dc} (i_\gamma^2 + i_\delta^2) \dots (12)$ 一方、 γδ座標上での無効電力 $Q_{\gamma\delta}$ は次式となる。 $Q_{\gamma\delta} = v_\delta i_\gamma \dots (13)$

したがって, $i_{d=0}$ を達成するには, γ 8座標上で求めた無効 電力(13)式が, $i_{d=0}$ の場合の無効電力である(12)式に一致す る v_{δ} に調節すればよい。 $i_{0}=i_{q}$ 制御は, (10)式をゼロ相電流制 御の指令値に与えている。一方, $i_{d=0}$ 制御は, (12)式と(13) 式の偏差を求め, P 制御器にてる軸電圧を調節する。なお, 図 6 に示した P 制御器の後段の LPF は, v_{δ} "の再帰演算を防 止すると共に, 高周波に対するゲインを小さくすることで, 定常的に $i_{d=0}$ を達成させるために挿入されている⁽³⁾。加え て, 過補償を防ぐリミットを設けている。

3. 実験結果

図7に実験システムと供試SRMのシステム,表1にモー タパラメータを示す。供試SRMは750W,5000r/min(=1p.u.), 2.39Nm(=1p.u.)の18S/12P型SRMである。負荷側サーボで は、トルク制御により任意のトルクを印加しており、高応答 のトルクメータ(UTMII-5Nm,帯域1kHz,UNIPULSE)により 瞬時トルクを測定している。また、基底速度(0.6p.u.)で変調 率が1となるV/f比を設定した。

図8に安定化制御の効果を示す。なお、速度0.6p.u.,トルク0.5p.u.としている。安定化制御なしの区間では、安定化制 御ゲインK₁=0としている。安定化制御をしている区間では U相電流およびトルクに振動がないのに対して、安定化制 御なしにすると、持続的に振動し、最終的には過電流となる。 これらのことから、V/f制御で駆動する際に生じるトルク振 動を安定化制御により抑制できている。

図10に速度-トルクカーブを示す。提案法では,速度0.2p.u. から速度1.0p.u.の範囲でトルク1p.u.の出力ができる。なお, 速度0.1p.u.にてトルク0.85p.u.で脱調した。これはインバー タのデッドタイムなどによる出力電圧誤差の影響が考えら れる。一方,速度0.6p.u.の基底速度を超えた領域では,出力 が制限されている。検討に用いたSRMは基底速度以上では シングルパルス駆動を前提に設計されている。一方,本提案 法では出力電圧は正弦波状を前提としており,電圧利用率



Fig. 7 Experimental equipment.

Table 1 Motor parameters of test motor

Power	750W
Max. speed (1p.u.)	5000r/min
Max. torque (1p.u.)	2.39Nm
Inverter DC voltage	62V
Poles	18S/12P
Resistance	0.102Ω
AC inductance	0.615mH
DC inductance	1.17mH
Rated current (1p.u.)	25.4A (i_0, i_q)



Fig. 8. Effect on the stabilization control.



Fig. 9. Speed and torque curves

がモータ設計時よりも低い。そのため,基底速度を超えた領 域では、出力電圧飽和が発生し、脱調したと考えられる。こ れらは、今後の課題とする。

図 10 にダンピングゲイン K₁の最適化の効果を示す。な お,速度 0.6p.u.とし、トルクは(a) 0.25p.u.と(b) 1p.u.の2つ の条件で行った。トルク 0.25p.u.の条件で最適化したダンピ ングゲイン K₁は,0.059p.u.であり、トルク 1.0p.u.の条件で 最適化したダンピングゲイン K₁は、0.018p.u.であった。検 証のため、最初に両条件において、それぞれ用いる最適なダ ンピングゲイン K₁を入れ替えた不適切な条件下で実験を行 い、その次に最適化した適切なダンピングゲイン K₁を適用 している。図 11(a)および図 11(b)から,各動作点で不適切な ダンピングゲイン K₁を適用すると、トルクおよび電流に持 続的な振動が発生している。一方、図 11(b)から、最適化し たダンピングゲインを適用すると、持続的な振動なく動作 できている。これらのことから、ダンピングゲインの最適化 の妥当性を確認できた。

図11に速度0.2p.u.時の高効率制御の効果を示す。比較と して,位置センサ付きベクトル制御による最大トルク/電流 制御,および,V/f制御により*io=iq*制御のみをした場合と, *io=iq*制御と*id=*0制御の両方を適用した場合を示す。軽負荷 ほど,高効率制御を適用することにより,電流を減少でき, 効果が大きい。特に,トルク0.1p.u.時では,*io=iq*制御のみと 比較して,*io=iq*制御と*id=*0制御の両方を適用した場合は電 流実効値を43.9%低減できる。一方で、ベクトル制御による 最大トルク/電流制御と比較すると,電流実効値は14.8%増 加する。これは、ベクトル制御ではフィードフォワード制御 により補償している非同期項を無視しているためであるが、 負荷が大きくなるにつれ、相対的に差は小さくなる。今後、 トルク応答特性の改善と、非同期項を考慮した更なる高効 率化を行う。

4. 結論

本稿では、回転子一情報を必要としない SRM の V/f 制御 を提案した。とりわけ、以下の3つを提案し、有用性を確認 した。(i) ゼロ相電流を PI 制御器により制御することで仮想 回転子磁束の生成を行い、SRM の V/f 制御を実現した。(ii) 導出した SRM の状態方程式を元にした安定解析より、ダイ ナミクスに変化する安定化制御の最適なゲインの設計法を 提案し、安定に動作することを確認した。加えて、(iii) 無効 電力を用いた *i*_d=0 制御に加えて、*i*₀=*i*_q 制御を適用すること で、複雑なパラメータ調整なく、高いトルク/電流比を達成 した。今後、動作可能範囲のさらなる拡大を図る。

文 献

- T. Kosaka, A. Kume, H. Wakayama, and N. Matsui: "Development of high torque density and efficiency switched reluctance motor with 0.1 mm short airgap", in Proceedings of the IEEE European Conference on Power Electronics and Applications 2007, pp. 1–9 (2007)
- (2) 山井 広之,沢田 祐造,大山 和伸:「油圧ポンプ駆動用途へのスイ ッチトリラクタンスモータ実用化」,電気学会論文誌 D, vol. 123, no. 2, pp. 96-104 (2003)
- (3) K.-W. Hu, Y.-Y. Chen, and C.-M. Liaw: "A reversible position sensorless controlled switched-reluctance motor drive with adaptive and intuitive commutation tunings", IEEE Trans. Power Electron., Vol.30, No.7, pp.3781-3793 (2015)
- (4) K. Ha, R.Y. Kim, and R. Krishnan: "Position estimation in switched reluctancemotor drive using the first switching harmonics through fourier series", IEEE Trans. Ind. Electron., Vol.58, No.12, pp.5352–5360 (2011)
- (5) G.G. Lopez, P.C. Kjaer, and T.J.E. Miller: "A new sensorless method for switched reluctancemotor drives", IEEE Trans. Ind. Applicat., Vol.34, No.4, pp.832–840 (1998)
- (6) 隅田悟士,出口見多,岩路善尚:「1型制御系のアナログ回路を用いた SRM の位置センサレス制御」,電学論 D, Vol.137 No.8 pp.612-621 (2017)
- (7) 小坂卓, 落合清恵, 松井信行:「磁化曲線を利用した SRM の位置セ



Fig. 10. Effect on the stabilization control with the optimized damping gain.



Fig. 11. Effect of high efficiency control (0.2p.u. speed).

ンサレス制御法」,電学論 D, Vol.120, No.2, pp.216-222 (2000)

- (8) 小坂卓・鍋矢善也・大山和伸・松井信行:「油圧ポンプユニット搭載 SRM の位置センサレス制御」,電学論 D, Vol.123, No.2, pp.105-111 (2003)
- (9) K.M. Rahman, B. Fahimi, G. Suresh, A.V. Rajarathnam, and M. Ehsani: "Advantages of Switched Reluctance Motor Applications to EV and HEV: Design and Control Issues", *IEEE Trans. on Ind. Applicat.*, Vol.36, No.1, pp.111–121 (2000)
- (10) I. Husain and S.A. Hossain: "Modeling, Simulation, and Control of Switched Reluctance Motor Drives", *IEEE Trans. on Ind. Electron.*, Vol.52, No.6, pp.1625–1634 (2005)
- (11) 中尾矩也,赤津観:「スイッチトリラクタンスモータに特化したベクトル制御」,電学論 D, Vol.134, No.12, pp.1006-1015 (2014)
- (12) 伊東淳一,豊崎次郎,大沢博:「永久磁石同期電動機の V/f 制御の高 性能化」,電学論 D, Vol.122, No.3, pp.235-259 (2002)
- (13) 東井孝途、加藤尚和、伊東淳一:「IPMSM の V/f 制御における有効 電流フィードバックを用いた安定化パラメータの設計法」、平成 28 年度電気学会関西支部連合大会、Vol., No. G4-22, pp. (2016)
- (14) J. Itoh, T. Toi, K. Nishizawa: "Stabilization Method for IPMSM with Long Electrical Time Constant Using Equivalent Resistance Gain Based on V/f Control", IEEJ Transactions on Industry Applications, Vol. 8, No. 4, pp. 592-599 (2019)

付録

(3)式の SRM における状態方程式は、それぞれ次式のよう にあらわされる。なお、添字の"0"は各変数における動作点 の値を示す

$A_{i1} = \frac{-R\left(L_{kc}^{2} - \frac{L_{kc}^{2}}{2}\sin^{2}(2\varphi_{0})\right) - 2\varphi_{0}\left(-\frac{L_{kc}L_{kc}^{2}}{2}\sin(2\varphi_{0})\cos(2\varphi_{0})\right)}{L_{kc}^{2} - \frac{L_{kc}L_{kc}^{2}}{2}} \dots (A-1)$
$A_{12} = \frac{-R\left(-\frac{L_{4c}^{-2}}{2}\sin(2\varphi_{0})\cos(2\varphi_{0})\right) - 2\omega_{0}\left(-L_{4c}^{-3} + \frac{L_{4}L_{4c}^{-2}}{2}\sin^{2}(2\varphi_{0})\right) - 2K_{1}(L_{4c}^{-3} - \frac{L_{4}L_{4c}^{-2}}{2})I_{40}}{L_{4c}^{-3} - \frac{L_{4}L_{4c}^{-2}}{2}} \left(A-2\right)$
$A_{13} = \frac{-R\left(-\frac{L_{sc}L_{sc}}{\sqrt{2}}\cos(2\phi_{b})\right) - 2\omega_{b}\frac{1}{\sqrt{2}}\left(L_{sc}^{2}L_{sc} - \frac{L_{sc}^{2}}{2}\right)\sin(2\phi_{b})}{L_{sc}^{2} - \frac{L_{sc}L_{sc}^{2}}{2}} \dots \dots$
$A_{i,i} = \frac{-2\left\{ \left(-\frac{L_{ik}L_{ic}^{-2}}{2}\sin(2\varphi_{0})\cos(2\varphi_{0})\right)_{i,0} + \left(-\frac{L_{ik}L_{ic}^{-2}}{2}\cos^{2}(2\varphi_{0})\right)_{i,0} + \frac{1}{\sqrt{2}}\left(L_{ic}^{-2}L_{icc} - \frac{L_{ic}^{-3}}{2}\right)\sin(2\varphi_{0})_{i,0}\right\}}{L_{ic}^{-3} - \frac{L_{ic}L_{ic}^{-2}}{2}} .$
(A-4)
$A_{15} = \frac{-4\omega_0 \left\{ \frac{L_{4c}^2 L_{4c} \cos(2\phi_0) J_{40}}{\sqrt{2}} \right\}}{L_{4c}^3 - \frac{L_{4c} L_{4c}^2}{2}} \dots (A-5)$
$A_{16} = 2K_{150}$ (A-6)
$A_{21} = \frac{-R\left(-\frac{L_{w}^{2}}{2}\sin(2\varphi_{0})\cos(2\varphi_{0})\right) - 2\omega_{0}\left(L_{w}^{3} - \frac{L_{w}L_{w}^{2}}{2}\cos^{2}(2\varphi_{0})\right)}{L_{w}^{3} - \frac{L_{w}L_{w}^{2}}{2}} \dots \dots$
$A_{22} = \frac{-R\left(L_{dc}^{2} - \frac{L_{uc}^{2}}{2}\cos^{2}(2\varphi_{0})\right) - 2\omega_{0}\left(\frac{L_{dc}L_{uc}^{2}}{2}\sin(2\varphi_{0})\cos(2\varphi_{0})\right) + 2K_{1}(L_{dc}^{3} - \frac{L_{dc}L_{uc}^{2}}{2})i_{r_{0}}}{L_{dc}^{3} - \frac{L_{dc}L_{uc}}{2}} \dots (A-8)$
$A_{23} = \frac{-R\left(\frac{L_{4L}L_{4c}}{\sqrt{2}}\sin(2\varphi_{b})\right) - 2\omega_{b}\frac{1}{\sqrt{2}}\left(L_{4c}^{-2}L_{4c} - \frac{L_{4c}^{-1}}{2}\right)\cos(2\varphi_{b})}{L_{4c}^{-3} - \frac{L_{4c}L_{2c}^{-2}}{2}} \qquad $
$A_{23} = \frac{-R\left(\frac{L_{4L}L_{w}}{\sqrt{2}}\sin(2\varphi_{0})\right) - 2\omega_{0}\frac{1}{\sqrt{2}}\left(L_{w}^{-2}L_{w}^{}\frac{L_{w}^{-1}}{2}\right)\cos(2\varphi_{0})}{L_{w}^{-1} - \frac{L_{w}L_{w}^{-2}}{2}} \dots (A-9)$ $A_{24} = \frac{-2\left\{\left(\frac{L_{w}L_{w}^{-2}}{2}\sin^{2}(2\varphi_{0})\right)i_{0} + \left(\frac{L_{w}L_{w}^{-2}}{2}\sin(2\varphi_{0})\cos(2\varphi_{0})\right)i_{00} + \frac{1}{\sqrt{2}}\left(L_{w}^{-2}L_{w}^{}\frac{L_{w}^{-1}}{2}\right)\cos(2\varphi_{0})i_{00}\right\}}{L_{w}^{-1} - \frac{L_{w}L_{w}^{-2}}{2}} \dots$
$A_{23} = \frac{-R\left(\frac{L_{4L_{w}}}{\sqrt{2}}\sin(2\varphi_{0})\right) - 2\omega_{0}\frac{1}{\sqrt{2}}\left(L_{w}^{2}L_{w}^{-}-\frac{L_{w}^{2}}{2}\right)\cos(2\varphi_{0})}{L_{w}^{2}-\frac{L_{w}L_{w}^{2}}{2}} \dots (A-9)$ $A_{24} = \frac{-2\left[\left(\frac{L_{w}L_{w}^{2}}{2}\sin^{2}(2\varphi_{0})\right)i_{0} + \left(\frac{L_{w}L_{w}^{2}}{2}\sin(2\varphi_{0})\cos(2\varphi_{0})\right)i_{00} + \frac{1}{\sqrt{2}}\left(L_{w}^{2}L_{w}^{-}-\frac{L_{w}^{3}}{2}\right)\cos(2\varphi_{0})i_{00}\right]}{L_{w}^{3}-\frac{L_{w}L_{w}^{2}}{2}} \dots (A-10)$
$A_{23} = \frac{-R\left(\frac{L_{4a}L_{4a}}{\sqrt{2}}\sin(2\varphi_{b})\right) - 2\omega_{b}\frac{1}{\sqrt{2}}\left(L_{4a}^{2}L_{4a} - \frac{L_{4a}^{-1}}{2}\right)\cos(2\varphi_{b})}{L_{4a}^{-1} - \frac{L_{4a}L_{4a}^{-2}}{2}} \dots (A-9)$ $A_{24} = \frac{-2\left\{\left(\frac{L_{4a}L_{4a}^{-2}}{2}\sin^{2}(2\varphi_{b})\right)l_{1,0} + \left(\frac{L_{4a}L_{4a}^{-2}}{2}\sin(2\varphi_{b})\cos(2\varphi_{b})\right)l_{1,0} + \frac{1}{\sqrt{2}}\left(L_{4a}^{-2}L_{4a} - \frac{L_{4a}^{-2}}{2}\right)\cos(2\varphi_{b})l_{1,0}\right\}}{L_{4a}^{-1} - \frac{L_{4a}L_{4a}^{-2}}{2}} \dots (A-10)$ $A_{25} = \frac{-4\omega_{b}\left\{-\frac{L_{4a}^{-2}L_{4a}}{\sqrt{2}}\sin(2\varphi_{b})l_{0,0}\right\}}{L_{4a}^{-1} - \frac{L_{4a}L_{4a}^{-2}}{2}} \dots (A-11)$
$A_{23} = \frac{-R\left(\frac{L_{4L}L_{w}}{\sqrt{2}}\sin(2\varphi_{0})\right) - 2\omega_{0}\frac{1}{\sqrt{2}}\left(L_{w}^{2}L_{w}^{-}-\frac{L_{w}^{-1}}{2}\right)\cos(2\varphi_{0})}{L_{w}^{-1} - \frac{L_{w}L_{w}^{-2}}{2}} \dots (A-9)$ $A_{34} = \frac{-2\left\{\left(\frac{L_{w}L_{w}^{-2}}{2}\sin^{2}(2\varphi_{0})\right)j_{1,0} + \left(\frac{L_{w}L_{w}^{-2}}{2}\sin(2\varphi_{0})\cos(2\varphi_{0})\right)j_{1,0} + \frac{1}{\sqrt{2}}\left(L_{w}^{-2}L_{w}^{-}-\frac{L_{w}^{-3}}{2}\right)\cos(2\varphi_{0})j_{0,0}\right\}}{L_{w}^{-1} - \frac{L_{w}L_{w}^{-2}}{2}} \dots (A-10)$ $A_{25} = \frac{-4\omega_{0}\left\{-\frac{L_{w}^{2}L_{w}}{\sqrt{2}}\sin(2\varphi_{0})j_{0,0}\right\}}{L_{w}^{-1} - \frac{L_{w}L_{w}^{-2}}{2}} \dots (A-11)$ $A_{25} = -2K_{1/20} \dots (A-12)$
$A_{23} = \frac{-R\left(\frac{L_{4k}L_{4k}}{\sqrt{2}}\sin(2\varphi_{0})\right) - 2\omega_{0}\frac{1}{\sqrt{2}}\left(L_{4k}^{-2}L_{4k}^{}\frac{L_{4k}^{-1}}{2}\right)\cos(2\varphi_{0})}{L_{4k}^{-1} - \frac{L_{4k}L_{4k}^{-2}}{2}} \dots (A-9)$ $A_{24} = \frac{-2\left\{\left(\frac{L_{4k}L_{4k}^{-2}}{2}\sin^{2}(2\varphi_{0})\right)l_{j,0} + \left(\frac{L_{4k}L_{4k}^{-2}}{2}\sin(2\varphi_{0})\cos(2\varphi_{0})\right)l_{00} + \frac{1}{\sqrt{2}}\left(L_{4k}^{-2}L_{4k}^{}\frac{L_{4k}^{-2}}{2}\right)\cos(2\varphi_{0})l_{00}\right\}}{L_{4k}^{-1} - \frac{L_{4k}L_{4k}^{-2}}{2}} \dots (A-10)$ $A_{25} = \frac{-4\omega_{0}\left\{-\frac{L_{4k}^{-2}L_{4k}}{\sqrt{2}}\sin(2\varphi_{0})l_{00}\right\}}{L_{4k}^{-1} - \frac{L_{4k}L_{4k}^{-2}}{2}} \dots (A-11)$ $A_{26} = -2K_{1}l_{20} \dots (A-12)$ $A_{31} = \frac{-R\left(-\frac{L_{4k}L_{4k}}{\sqrt{2}}\cos(2\varphi_{0})\right) - 2\omega_{0}\left(\frac{L_{4k}^{-2}L_{4k}}{\sqrt{2}}\sin(2\varphi_{0})\right)}{L_{4k}^{-1} - \frac{L_{4k}L_{4k}^{-2}}{2}} \dots (A-13)$
$A_{23} = \frac{-R\left(\frac{L_{4s}L_{4s}}{\sqrt{2}}\sin(2\varphi_{b})\right) - 2\omega_{b}\frac{1}{\sqrt{2}}\left(L_{4s}^{2}L_{4s} - \frac{L_{4s}^{2}}{2}\right)\cos(2\varphi_{b})}{L_{4s}^{-1} - \frac{L_{4s}L_{2s}^{-2}}{2}} \dots (A-9)$ $A_{24} = \frac{-2\left\{\left(\frac{L_{4s}L_{4s}^{-2}}{2}\sin^{2}(2\varphi_{b})\right)l_{j,0} + \left(\frac{L_{4s}L_{4s}^{-2}}{2}\sin(2\varphi_{b})\cos(2\varphi_{b})\right)l_{i0} + \frac{1}{\sqrt{2}}\left(L_{4s}^{-2}L_{4s} - \frac{L_{4s}^{-2}}{2}\right)\cos(2\varphi_{b})l_{i0}\right\}}{L_{4s}^{-1} - \frac{L_{4s}L_{2s}^{-2}}{2}} \dots (A-10)$ $A_{25} = \frac{-4\omega_{b}\left\{-\frac{L_{4s}^{-2}L_{4s}}{\sqrt{2}}\sin(2\varphi_{b})l_{i0}\right\}}{L_{4s}^{-1} - \frac{L_{4s}L_{2s}^{-2}}{2}} \dots (A-11)$ $A_{26} = -2K_{1j,0} \dots (A-12)$ $A_{31} = \frac{-R\left(-\frac{L_{4s}L_{4s}}{\sqrt{2}}\cos(2\varphi_{b})\right) - 2\omega_{b}\left(\frac{L_{4s}^{-2}L_{4s}}{\sqrt{2}}\cos(2\varphi_{b})\right)}{L_{4s}^{-1} - \frac{L_{4s}L_{2s}^{-2}}{2}} \dots (A-13)$ $A_{32} = \frac{-R\left(\frac{L_{4s}L_{4s}}{\sqrt{2}}\sin(2\varphi_{b})\right) - 2\omega_{b}\left(\frac{L_{4s}^{-2}L_{4s}}{\sqrt{2}}\cos(2\varphi_{b})\right)}{L_{4s}^{-1} - \frac{L_{4s}L_{2s}^{-2}}{2}} \dots (A-14)$
$A_{23} = \frac{-R\left(\frac{L_{24}L_{2x}}{\sqrt{2}}\sin(2\varphi_{b})\right) - 2\omega_{b}\frac{1}{\sqrt{2}}\left(L_{2x}^{2}L_{2x}^{2} - \frac{L_{2x}^{2}}{2}\right)\cos(2\varphi_{b})}{L_{2x}^{3} - \frac{L_{2x}L_{2x}^{2}}{2}} \dots (A-9)$ $A_{24} = \frac{-2\left\{\left(\frac{L_{24}L_{2x}^{2}}{2}\sin^{2}(2\varphi_{b})\right)l_{1,0} + \left(\frac{L_{24}L_{2x}^{2}}{2}\sin(2\varphi_{b})\cos(2\varphi_{b})\right)l_{10} + \frac{1}{\sqrt{2}}\left(L_{2x}^{2}L_{2x}^{2} - \frac{L_{2x}^{3}}{2}\right)\cos(2\varphi_{b})l_{00}\right\}}{L_{2x}^{3} - \frac{L_{2x}L_{2x}^{2}}{2}} \dots (A-10)$ $A_{25} = \frac{-4\omega_{b}\left\{-\frac{L_{2x}^{2}L_{2x}}{\sqrt{2}}\sin(2\varphi_{b})l_{00}\right\}}{L_{2x}^{3} - \frac{L_{2x}L_{2x}^{2}}{2}} \dots (A-11)$ $A_{25} = -2K_{1,0} \dots (A-12)$ $A_{31} = \frac{-R\left(-\frac{L_{2x}L_{2x}}{\sqrt{2}}\cos(2\varphi_{b})\right) - 2\omega_{b}\left(\frac{L_{2x}^{2}L_{2x}}{\sqrt{2}}\sin(2\varphi_{b})\right)}{L_{2x}^{3} - \frac{L_{2x}L_{2x}^{2}}{2}} \dots (A-13)$ $A_{31} = \frac{-R\left(\frac{L_{2x}L_{2x}}{\sqrt{2}}\cos(2\varphi_{b})\right) - 2\omega_{b}\left(\frac{L_{2x}^{2}L_{2x}}{\sqrt{2}}\cos(2\varphi_{b})\right)}{L_{2x}^{3} - \frac{L_{2x}L_{2x}^{2}}{2}} \dots (A-14)$ $A_{31} = \frac{-R(\frac{L_{2x}L_{2x}}{\sqrt{2}}\sin(2\varphi_{b})) - 2\omega_{b}\left(\frac{L_{2x}^{2}L_{2x}}{\sqrt{2}}\cos(2\varphi_{b})\right)}{L_{2x}^{3} - \frac{L_{2x}L_{2x}^{2}}{2}} \dots (A-14)$

$A_{35} = \frac{-4\omega_{b} \left\{ -\frac{L_{a}L_{ac}^{2}}{2} i_{ab} \right\}}{L_{ac}^{2} - \frac{L_{a}L_{ac}^{2}}{2}} \dots (A-17)$
$A_{41} = \frac{\sqrt{2}P^{2}L_{42}}{J}i_{00}\sin(2\phi_{b})$ (A-18)
$A_{42} = \frac{\sqrt{2}p^2 L_{y_0}}{J} i_{00} \cos(2\phi_0) (A-19)$
$A_{43} = \frac{\sqrt{2}p^2 L_{46}}{J} \left(i_{p0} \sin(2\varphi_0) + i_{p0} \cos(2\varphi_0) \right) \dots \left(A-20 \right)$
$A_{45} = \frac{\sqrt{2}P^{2}L_{sc}}{J} \left(2I_{y,g_{00}} \cos(2\varphi_{0}) - 2I_{gg_{00}} \sin(2\varphi_{0}) \right) \dots (A-21)$
$A_{s2} = -K_1$
A _{st} = -1(A-23)
A ₃₅ = K ₁
A _{ec} = $\frac{1}{\tau}$ (A-25)
$A_{46} = -\frac{1}{r}$ (A-26)
A _{sthernise} = 0(A-27)
$B_{11} = \frac{L_{42}^{2} - \frac{L_{42}^{2}}{2} \sin^{2}(2\varphi_{b})}{L_{42}^{2} - \frac{L_{42}L_{42}^{2}}{2}} \qquad (A-28)$
$B_{12} = \frac{-\frac{L_{w}^{2}}{2}\sin(2\varphi_{b})\cos(2\varphi_{b})}{L_{w}^{3} - \frac{L_{w}L_{w}^{2}}{2}} \dots (A-29)$
$B_{13} = \frac{-\frac{L_{4}L_{4x}}{\sqrt{2}}\cos(2\varphi_{h})}{L_{4x}^{-3} - \frac{L_{4x}L_{4x}^{-2}}{2}} \dots (A-30)$
$B_{21} = \frac{-\frac{L_{22}^{2}}{2} \sin(2\varphi_{b})\cos(2\varphi_{b})}{L_{42}^{3} - \frac{L_{42}L_{22}^{2}}{2}} \dots (A-31)$
$B_{22} = \frac{L_{a}^{2} - \frac{L_{a}^{2}}{2} \cos^{2}(2\rho_{b})}{L_{a}^{2} - \frac{L_{a}L_{a}^{2}}{2}} \qquad (A-32)$
$B_{23} = \frac{\frac{L_{a}L_{a}}{\sqrt{2}}\sin(2\varphi_{b})}{L_{a}^{3} - \frac{L_{a}L_{a}^{2}}{2}} \qquad (A-33)$
$B_{j1} = \frac{-\frac{L_{a}L_{a}}{\sqrt{2}}\cos(2\varphi_{b})}{L_{a}^{-2} - \frac{L_{a}L_{a}}{2}} \dots (A-34)$
$B_{32} = \frac{\frac{L_{a}L_{w}}{\sqrt{2}}\sin(2\phi_{b})}{L_{w}^{-1}-\frac{L_{a}L_{w}^{-2}}{2}} \dots (A-35)$
$B_{3} = \frac{L_{a}^{2}}{L_{a}^{3} - \frac{L_{a}L_{a}^{3}}{2}} \dots (A-36)$
B ₁₄ = 2 <i>i</i> ₅₀ (A-37)
B ₃₄ = -2 <i>i</i> ₇₀ (A-38)
B ₃₄ = 1(A-39)
B _{atheretic} = 0(A-40)